



دفترچه سوال

ریاضی تجربی پایه دوازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول

دی ماه - ۱۴۰۱ تا ۱۴۰۳



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۹/۳۰

صفحه ۱ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی تجربی

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تابع $f(x) = 2 - (3 - x)^3$ در دامنه خود نزولی اکید است.</p> <p>(ب) چندجمله‌ای $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 8x + 6$ بر $x + 2$ بخش پذیر است.</p> <p>(ج) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه در a مشتق پذیر است.</p> <p>(د) دوره تناوب تابع $y = \cos \frac{\pi}{3} x$ برابر ۶ است.</p>	<p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>
۲	<p>با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - x^2 & x \leq 2 \\ 4 - 3x & x > 2 \end{cases}$ مشخص کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی اکید و در چه بازه‌ای نزولی اکید است؟</p>	۱/۷۵
۳	<p>توابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = 2 + \sqrt{4-x}$ مفروض هستند. به کمک تعریف ترکیب دو تابع، دامنه تابع $g \circ f$ را بیابید، سپس ضابطه $f \circ g$ را مشخص کنید.</p>	۲
۴	<p>اگر $g(x) = 2 - \frac{1}{x}$ و $g \circ f(x) = \frac{1}{x+1}$ باشد، مقدار $f^{-1}(\frac{3}{4})$ چه عددی است؟</p>	۱/۵
۵	<p>در شکل زیر، نمودار تابع f رسم شده است. نمودار تابع $y = -2f(\frac{x}{3})$ را مرحله به مرحله رسم کنید.</p>	۱/۵
۶	<p>دوره تناوب، بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = 3 - 2 \sin \frac{\pi}{3} x$ را مشخص کنید. اگر دوره تناوب تابع، T باشد، نمودار تابع را در بازه $[0, T]$ رسم کنید.</p>	۱/۲۵
۷	<p>اگر $\frac{\pi}{3} < x < \pi$ و $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$، مقدار $\sin 2x$ و $\cos 2x$ را بیابید.</p>	۱/۵
۸	<p>جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin x + \cos 2x = 0$ را بیابید.</p>	۱



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

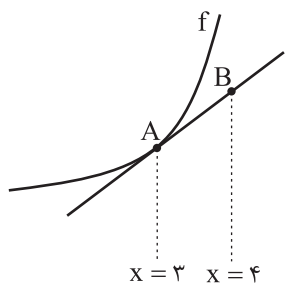
مدرسه:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۹/۳۰

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی تجربی

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۹	جمع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x(2\sin x + 1) = 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ بیابید.	۱
۱۰	حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x} - 1 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3(-1)^{[x]}}{x - 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x-1)^2 - 4x^2}{2x - 2}$	۲/۵
۱۱	اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{ax^2 + bx + 4} = -\infty$ ، مقادیر a و b را بیابید.	۱/۲۵
۱۲	نمودار تابعی را رسم کنید که تمام شرایط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ را هم‌زمان داشته باشد.	۱
۱۳	به کمک تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2$ را در $x = 2$ به دست آورید و معادله خط مماس بر نمودار $y = f(x)$ در $x = 2$ را بنویسید.	۱/۵
۱۴	در نمودار زیر، خط مماس بر نمودار f در نقطه‌ای به طول $x = 3$ رسم شده است. اگر $f(3) = 7$ و $f'(3) = 6$ ، مختصات نقطه B را مشخص کنید.	۰/۷۵
		
۱۵	هرگاه $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ ، مقدار $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ را بیابید.	۰/۵
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

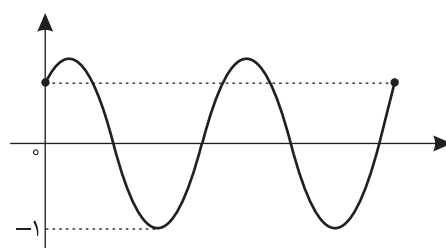
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: آذرماه ۱۴۰۱

صفحه ۱ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی تجربی

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تابع $f(x) = -(x+2)^3 + 3$ در دامنه تعریف خود نزولی است.</p> <p>(ب) دوره تناوب $y = \tan(\frac{x}{4})$ برابر 8π است.</p> <p>(ج) دامنه تعریف تابع $y = (f \circ f^{-1})(x)$ با دامنه تابع f برابر است.</p> <p>(د) تابع همانی در دامنه تعریفش هم صعودی است و هم نزولی.</p>	۱
۲	<p>نمودار تابع $y = -\frac{1}{4} \sin(2x)$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ با استفاده از نمودار تابع $y = \sin x$ رسم کنید.</p>	۱
۳	<p>نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را ۲ واحد به طرف xهای مثبت و سپس ۳ واحد به طرف yهای منفی انتقال می دهیم؛ تابع $g(x)$ حاصل می شود؛ نمودار $g(x)$ در کدام نقطه محور xها را قطع می کند؟</p>	۱/۵
۴	<p>اگر $f(x) = \frac{5-2x}{3x-4}$ و $g(x) = \sqrt{x^2-1}$ باشند، دامنه تعریف تابع $f \circ g$ را طبق تعریف یافته و سپس ضابطه تابع $f \circ g(x)$ را بیابید.</p>	۲
۵	<p>هرگاه $f(x) = 5x - 4$ و $f(g(x)) = 5x^2 - 10x + 6$ باشد، ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید.</p>	۱
۶	<p>اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$، حاصل $(f \circ g)^{-1}(5)$ کدام است؟</p>	۱
۷	<p>به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>(الف) دوره تناوب و ماکزیمم و مینیمم $y = 2 - \sqrt{3} \cos(\frac{\pi}{4}x)$ را به دست آورید.</p> <p>(ب) شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ در بازه $[\frac{4}{3}, 0]$ است. با فرض $a, b > 0$، حاصل $a + b$ کدام است؟</p>  <p>(ج) جواب های کلی معادله $\sin x - \cos 2x = 0$ را تعیین کنید.</p> <p>(د) اگر $\cos x = \frac{3}{5}$ و انتهای کمان x در ناحیه اول باشد؛ حاصل $2 \cos 2x - \sin 2x$ کدام است؟</p>	۵



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: آذرماه ۱۴۰۱

صفحه ۲ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی تجربی

بارم	سؤال	ردیف
۴/۵	<p>حدود زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 16}{x^2 + 4x - 12} =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x - 1} - 1} =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{x^2 - 1} =$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2} =$</p> <p>ه) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 3}{x^2 + 2x + 1} =$</p> <p>و) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{6x^3 - x^2 + 5} =$</p>	۸
۵/۵	<p>با توجه به نمودار f، حاصل حدود زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$</p>	۹
۱	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^{n-2} + x + 2}{x^3 + x^2 - 5} = 3$ باشد؛ حاصل $a + n$ چقدر است؟</p>	۱۰
۵/۵	<p>نمودار تابعی را رسم کنید که هر دو ویژگی $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ و $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} f(x) = 1$ را دارا باشد.</p>	۱۱
۱	<p>با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 - x + 2$ را در نقطه $x = -1$ به دست آورده، سپس معادله خط مماس بر منحنی را در نقطه‌ای به طول -1 بر روی آن تشکیل دهید.</p>	۱۲
۲۰	جمع بارم	



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

نام درس: ریاضی تجربی (سری ۱) پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. (الف) برای هر تابع معکوس پذیر مانند f رابطه $f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x)$ برقرار است. (ب) اگر x زاویه ای در ناحیه چهارم باشد، آنگاه $\tan x > \sin x$ (ج) حد چپ تابع $y = \frac{1}{x+ x }$ در نقطه $x = 0$ نامتناهی است. (د) اگر f در $x = 0$ مشتق ناپذیر باشد، در این نقطه نمی توانیم خطی بر f مماس کنیم.	۱
۲	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه هایی که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ x^3 & x < -1 \end{cases}$	۱/۷۵
۳	توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ داده شده اند. (الف) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (ب) تابع $g \circ f$ را تشکیل دهید.	۲
۴	نمودار تابع $y = x^3 + 6x^2 + 12x$ را رسم کرده و یکنوایی آن را به دست آورید.	۱
۵	با توجه به نمودار تابع f ، نمودار تابع $y = 2 - f(1 - 2x)$ را رسم کنید. 	۱
۶	اگر $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و α زاویه ای تند (حاده) باشد حاصل $\cos 2\alpha$ و $\sin 2\alpha$ را به دست آورید.	۱/۵
۷	جواب کلی معادلات مثلثاتی زیر را به دست آورید. (الف) $2 \sin^2 x + 5 \cos x - 5 = 0$ (ب) $\cos 2x + 1 - \sin 2x = 0$	۲/۵
۸	مثلثی با مساحت $2\sqrt{2}$ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن ۲ و ۴ سانتی متر باشد، آنگاه چند مثلث با این خاصیت می توان ساخت؟	۱



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

صفحه ۲ از ۲

نام درس: ریاضی تجربی (سری ۱) پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

ردیف	سؤال	بارم												
۹	نمودار تابع مثلثاتی به صورت زیر است. ضابطه آن را بنویسید.	۱/۵												
۱۰	اگر $f(x) = x^3 + ax^2 - 2x + 4$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد باقیمانده $f(x)$ بر $x + 2$ را بیابید.	۰/۷۵												
۱۱	حاصل هر یک از حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x+1}+1}{x^2 + 5x + 6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2}{1 + \cos x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{6x+2}}{4x^2 + 5x}$	۲/۵												
۱۲	نمودار تابع $y = \frac{1}{(x-1)^2}$ را در اطراف $x = 1$ رسم کنید.	۰/۵												
۱۳	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را در نقطه‌ای به طول $x = 5$ به دست آورید و معادله خط مماس بر نمودار $f(x)$ در $x = 5$ را بنویسید.	۱/۵												
۱۴	با توجه به نمودار زیر، نقاط روی نمودار را با شیب‌های داده شده در جدول نظیر کنید.	۱/۵												
	<table><tr><th>شیب</th><th>نقاط</th></tr><tr><td>صفر</td><td></td></tr><tr><td>-۳</td><td></td></tr><tr><td>-۱</td><td></td></tr><tr><td>۲</td><td></td></tr><tr><td>$\frac{1}{2}$</td><td></td></tr></table>	شیب	نقاط	صفر		-۳		-۱		۲		$\frac{1}{2}$		
شیب	نقاط													
صفر														
-۳														
-۱														
۲														
$\frac{1}{2}$														
۲۰	جمع بارم													



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

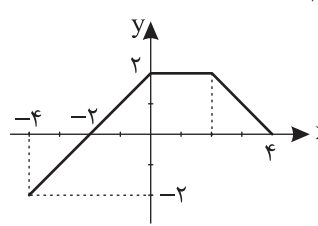
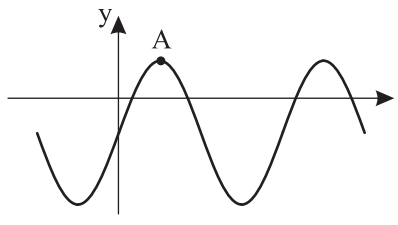
کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

صفحه ۱ از ۲

نام درس: ریاضی تجربی (سری ۲) پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) تابع $g(x) = \frac{1}{x-2}$ در \mathbb{R} اکیداً نزولی است. ب) تابع $f(x) = \sin x$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ اکیداً صعودی است. ج) تابع $h(x) = \frac{1}{x^3}$ نه صعودی است و نه نزولی. د) برای رسم نمودار $g(x) = f(2x+1)$ با استفاده از تبدیل و انتقال نمودارها از $y = f(x)$ ، کافی است ابتدا دامنه $f(x)$ را $\frac{1}{2}$ برابر کرده و سپس یک واحد به چپ انتقال دهیم. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۱
۲	در هر مورد، جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) تابع $y = (2-x)^3 - 1$ در \mathbb{R} اکیداً است. ب) معادله $0 = (2 \cos x - \sqrt{3})(2 \sin x - 1)$ در بازه $[0, 2\pi]$ جواب دارد. ج) در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر دوجمله‌ای $x - a$ ، باقی‌مانده تقسیم برابر است. د) شیب خط مماس بر منحنی $y = -x^2 + 10x$ در نقطه‌ای به طول α شیب خط مماس بر منحنی، در نقطه‌ای به طول $10 - \alpha$ است. (برابر، بیشتر، کمتر) <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۱
۳	با استفاده از نمودار تابع f رسم شده نمودار تابع $y = -f(-x) + 2$ را مرحله به مرحله رسم کنید. 	۱/۵
۴	تابعی رسم کنید که در بازه‌های $(-\infty, 2)$ و $[2, +\infty)$ صعودی اکید باشد اما در D (دامنه) غیریکنوا باشد.	۱
۵	اگر $f(x) = \frac{4x-1}{x-2}$ و $g^{-1}(x) = 4-2x$ مقدار $f^{-1}(\log(-2))$ چه عددی است؟	۱
۶	اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \sin x$ مفروض باشد، ضابطه $\text{fog}(x)$ و دامنه $\text{fog}(x)$ را به کمک تعریف بیابید.	۱
۷	نمودار تابع $f(x) = 2 \sin 3x - 1$ در شکل زیر رسم شده است. مختصات نقطه A را به دست آورید. 	۱



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

صفحه ۲ از ۲

نام درس: ریاضی تجربی (سری ۲) پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

ردیف	سؤال	بارم
۸	جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos^2 x + 5 \sin x - 5 = 0$ را بیابید.	۱
۹	دوره تناوب تابع $y = \tan x - \cot x$ را بیابید.	۱
۱۰	حاصل حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - x}{x^2 - 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - [x]}{x^2 - 2x + 1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{x^2 - 4}}{3x^2 + x}$	۳
۱۱	اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^-} \frac{ax+b}{a \tan^2 x + 6} = -\infty$ حدود b کدام است؟	۱
۱۲	عبارت $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ به چه معناست توضیح دهید و نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در هر دو شرط بالا صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟	۱
۱۳	با توجه به نمودار به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$	۲
۱۴	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ را در $x = 1$ بررسی کنید و معادله مماس بر نمودار آن در $x = 1$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	با توجه به شکل زیر، مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - f^2(1)}{x^3 - 1}$ را بیابید.	۲
۲۰	جمع بارم	



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

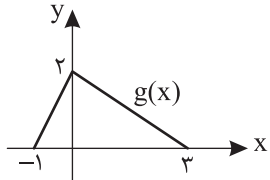
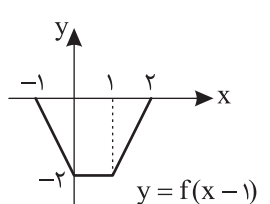
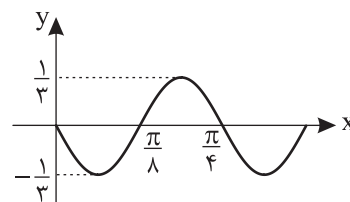
پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: ریاضی تجربی

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (الف) اگر f تابع یک به یک باشد آنگاه f^{-1} نیز تابعی یک به یک است. (ب) کمترین مقدار تابع $y = -4\cos(\pi x) + 1$ برابر -4 است. (ج) اگر $f(x) = x^3 + ax^2 + 4x - 1$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد مقدار $a = -4$ است. (د) تابع $f(x) = \sqrt[3]{2x-1}$ در $x = \frac{1}{4}$ مشتق پذیر است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا گزاره‌ای درست به دست آید. (الف) اگر $A(2, 3)$ روی نمودار $y = 4 + f(1-x)$ باشد، نقطه متناظر با آن روی نمودار $y = f(x)$ نقطه است. (ب) اگر $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = \sqrt{x+4}$ دامنه تعریف تابع $f \circ g$ بازه است.	۱
۳	اگر $f(x) = \frac{3}{x+2}$ و نمودار تابع $g(x)$ به شکل زیر باشد، دامنه $g \circ f$ را به دست آورید. 	۱
۴	نمودار تابع $y = 4 - x^2 - 4$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی اکید و در چه بازه‌هایی نزولی اکید است.	۱/۵
۵	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد، مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$ را به دست آورید.	۱/۵
۶	نمودار $y = f(x-1)$ در شکل زیر رسم شده است. با تبدیل و انتقال، نمودار $g(x) = 2f(\frac{x}{4}) + 1$ را رسم کنید. 	۱/۵
۷	قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ رسم شده است. مقادیر a و b و c را تعیین کنید. 	۱



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

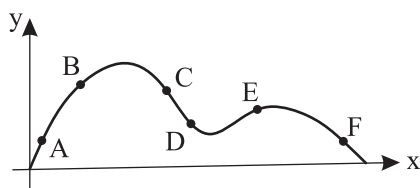
مدرسه:

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی تجربی

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۸	تابعی به فرم $y = a + b \sin bx$ بنویسید که بیشترین مقدار آن ۳ برابر کمترین مقدار آن باشد و دوره تناوب آن $T = \frac{3\pi}{2}$ باشد. ($a, b > 0$)	۱
۹	اگر $\tan \alpha = 2$ باشد و انتهای کمان α در ناحیه سوم مثلثاتی قرار داشته باشد، آنگاه مقدار $\sin 2\alpha$ را به دست آورید.	۱
۱۰	معادله‌های زیر را حل کنید. الف) $\sin 3x - \sin 5x = 0$ ب) $\cos 2x + \cos x - 2 = 0$	۲
۱۱	باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ و $x+1$ به ترتیب برابر ۲ و ۵ است. باقی‌مانده تقسیم $f(2x-1) + f(2x+1)$ را بر x بیابید.	۱
۱۲	حاصل حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 5x^2 + 7x - 4}{\sqrt[3]{x} - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 4\sqrt{x}}{-x^2 + 1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[\sin x] - 2}{2x - \pi}$	۲/۵
۱۳	a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{6x^b - 1} = -\frac{2}{3}$ باشد.	۱
۱۴	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3 + 2x$ را در $x = 1$ به دست آورده و معادله خط مماس بر $f(x)$ را در $x = 1$ بنویسید.	۱/۷۵
۱۵	نقاط A و B و C و D و E و F را روی منحنی زیر در نظر بگیرید در مورد شیب منحنی در این نقاط کدام گزاره درست و کدام یک نادرست است؟ (شیب خط مماس بر منحنی در نقطه A را با m_A نمایش می‌دهیم) الف) شیب منحنی در همه این نقاط مثبت است. ب) $m_A < m_B$ ج) $m_E < m_B < m_A$ د) شیب منحنی در نقاط C و D و F منفی است. ه) $m_F < m_D < m_C$	۱/۲۵
	جمع بارجم	۲۰





باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

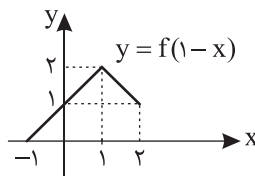
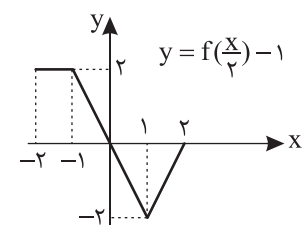
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی (سری ۲)

صفحه ۱ از ۳

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) در تابع $g(x) = 2 - \sqrt{3-x}$ دامنه تابع $(g \circ g^{-1})(x)$ برابر $[2, +\infty)$ است.</p> <p>ب) دامنه تابع $f(x) = \tan 2x$ به صورت $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$ است.</p> <p>ج) باقیمانده چند جمله‌ای $P(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ بر $x+1$ برابر -2 است.</p> <p> <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست </p>	۰/۷۵
۲	<p>به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^3$، نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 6$ را رسم کنید. (محل برخورد با محور yها مشخص شود).</p>	۱/۲۵
۳	<p>نمودار تابع $y = f(1-x)$ رسم شده است. اگر $g(x) = \sqrt{x-2}$ آنگاه دامنه تابع $f \circ g(x)$ را به دست آورید.</p> 	۱/۵
۴	<p>نمودار تابع $y = f(\frac{x}{2}) - 1$ در زیر رسم شده است. نمودار $g(x) = -2f(-x) + 2$ را رسم کنید.</p> 	۱/۵
۵	<p>نمودار تابع با ضابطه $g(x) = \begin{cases} 2^x - 2 & x \geq 0 \\ 3 & -3 < x < 0 \\ 2 - x & x \leq -3 \end{cases}$ را رسم کرده و بازه‌هایی که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.</p>	۱/۵
۶	<p>اگر $f(x) = x^3 - 1$ و $g(x) = 2x + 4$ آنگاه مقادیر زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $(g \circ f)^{-1}(0)$</p> <p>ب) $(f \circ g^{-1})(4)$</p>	۱



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

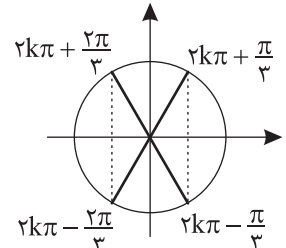
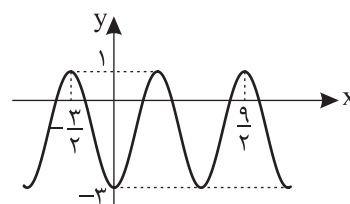
مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی (سری ۲)

صفحه ۲ از ۳

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>جواب های کلی معادله مثلثاتی $a \cos^2 x + b \cos x + 3 = 0$ در شکل زیر نشان داده شده است. مقادیر a و b را به دست آورید.</p> 	۷
۱/۵	<p>اگر $\tan \frac{\alpha}{4} + \cot \frac{\alpha}{4} = 3$ باشد و انتهای کمان α در ناحیه اول باشد آنگاه مقدار $\cos 4\alpha$ را به دست آورید.</p>	۸
۱/۵	<p>ضابطه مثلثاتی مربوط به نمودار تابع زیر را بنویسید.</p> 	۹
۳	<p>حاصل حدود زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{3x^3 - 5x^2 - 4x + 4}{\sqrt[3]{x+9} + 2x} =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2} + 5x}{\sqrt{4x^2 - x - 3x}} =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[-x] + 1}{\sin^2 x} =$</p>	۱۰
۱	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2x+1}{2a + \cos x} = +\infty$ آنگاه مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + 2x+1}{2x^3 - 6x^2 + 1}$ را به دست آورید.</p>	۱۱



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

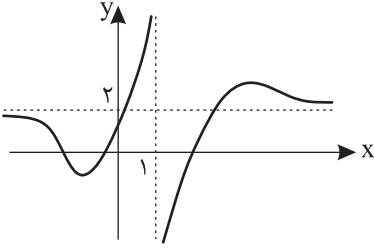
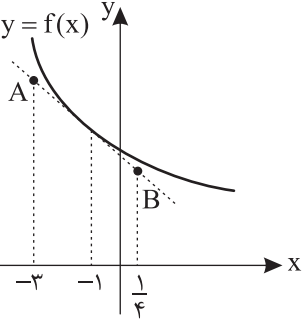
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی (سری ۲)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۳ از ۳

ردیف	سؤال	بارم
۱۲	با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ به سؤالات پاسخ دهید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] =$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ 	۱/۵
۱۳	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x - \sqrt{x}$ را در $x=1$ به دست آورده و معادله خط مماس بر منحنی را در این نقطه به دست آورید.	۱/۵
۱۴	در شکل زیر $f(-1) = 3$ و $f'(-1) = -2$ است. مختصات نقاط A و B را به دست آورید. 	۱
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

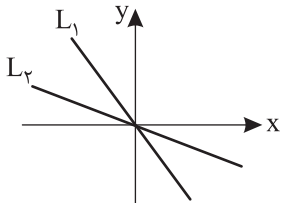
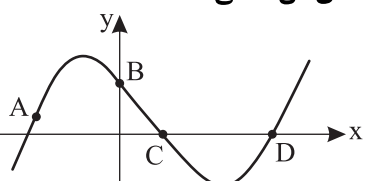
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی

صفحه ۱ از ۳

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تابع $y = x$ در دامنه‌اش هم صعودی و هم نزولی است.</p> <p>(ب) تابع تانژانت در نقاط $x = (2k+1)\frac{\pi}{4}$ تعریف نشده است. ($k \in \mathbb{Z}$)</p> <p>(ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-x}{[x]-2} = -\infty$</p> <p>(د) در نمودار زیر شیب خط L_1 از شیب خط L_2 بیشتر است.</p> 	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب تکمیل کنید.</p> <p>(الف) اگر $0 < k < 1$ برای رسم نمودار $y = f(kx)$، نمودار $f(x)$ در امتداد محور x ها با ضریب کشیده می‌شود.</p> <p>(ب) کمترین مقدار تابع $y = a - 2 \cos(2x)$ برابر است.</p> <p>(ج) باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $5 - 3x + 2x^3$ بر $x + 1$ برابر است.</p> <p>(د) اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L < 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ و تابع g در همسایگی محذوفی از a منفی باشد آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \dots\dots\dots$</p>	۱
۳	<p>در هر سؤال گزینه درست را انتخاب کنید. (نیاز به نوشتن راه حل نیست.)</p> <p>(الف) دامنه تابع وارون تابع $y = 3 - \sqrt{x+1}$ کدام است؟</p> <p>(۱) $[3, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 3]$ (۳) $[-1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -1]$</p> <p>(ب) با توجه به نمودار تابع $y = \cos x$ معادله $\cos x = \frac{1}{2}$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ چند جواب دارد؟</p> <p>(۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۴</p> <p>(ج) نمودار تابع f به صورت زیر است. در کدام نقطه، مقدار تابع برابر صفر ولی مقدار مشتق آن منفی است؟</p>  <p>(۱) A (۲) B (۳) C (۴) D</p>	۱/۵
۴	<p>نمودار تابع $y = -(x-1)^3 + 2$ را رسم کنید.</p>	۵/۰



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

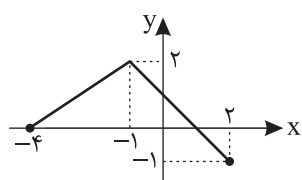
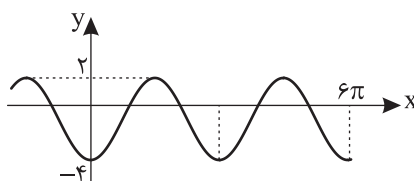
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی

صفحه ۲ از ۳

ردیف	سؤال	بارم
۵	نمودار تابع f به صورت زیر است. نمودار تابع $y = 3f(-\frac{x}{3})$ را رسم کرده و برد آن را مشخص کنید. 	۱
۶	اگر $f(x) = 3 - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{ x }{x^2 - 1}$ باشد دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۱
۷	اگر $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ و $g(x) = \frac{1}{x+2}$ و $(f \circ g)^{-1}(-1)$ را به دست آورید.	۱
۸	ضابطه، دامنه و برد تابع وارون تابع زیر را به دست آورید. $y = 4x - x^2, x \geq 2$	۱/۵
۹	اگر $f = \{(-7, 8), (5, 3), (9, 8), (11, 5)\}$ و $g = \{(7, 9), (-2, 5), (3, 11)\}$ باشد: الف) تابع $f \circ g$ را مشخص کنید. ب) اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی یا غیریکنوا بودن $f \circ g$ را مشخص کنید.	۱
۱۰	نمودار زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ است. a و b و c را به دست آورید. 	۱
۱۱	مقدار عددی عبارت زیر را به دست آورید. $\tan(22/5^\circ) + \cot(22/5^\circ) =$	۱
۱۲	معادله‌های مثلثاتی زیر را حل کنید. الف) $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos x$ ب) $\cos 2x + 3 \sin x - 1 = 0$	۲



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

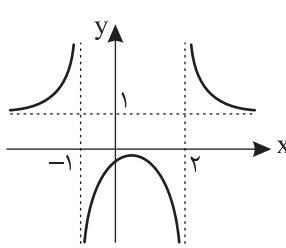
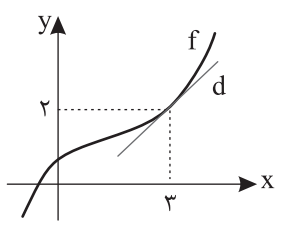
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

صفحه ۳ از ۳

بارم	سؤال	ردیف
۳	<p>حاصل حدود زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{ 4-x } =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x[x]-10}{-x^2+9} =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2-4x+1}{(2x-1)^2} =$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x}-3}{2-\frac{1}{x^3}} =$</p>	۱۳
۱/۲۵	<p>نمودار تابع f به صورت زیر است. حاصل حدود زیر را به دست آورید.</p>  <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) =$</p> <p>ه) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] =$</p>	۱۴
۱	<p>اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(3+h)-4}{h} = 1$ باشد، معادله خط d را بنویسید.</p> 	۱۵
۱/۲۵	<p>اگر $f(x) = 2 - x^3$ مقدار $f'(-1)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p>	۱۶
۲۰	جمع بارم	



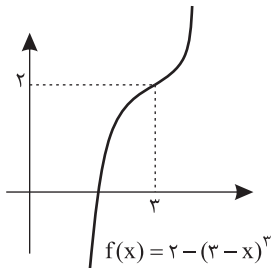
دفترچه پاسخنامه

ریاضی تجربی پایه دوازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



پاسخ سؤال ۱: (هرمورد ۲۵/۰ نمره)

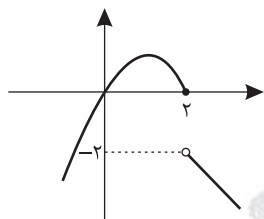
الف) نادرست، طبق نمودار تابع، $f(x)$ در دامنه خود صعودی اکید است.ب) نادرست، برای آنکه چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x + 2$ بخش پذیر باشد، باید $f(-2) = 0$ باشد:

$$f(-2) = 2 - (-2)^3 - 6(-2)^2 - 8(-2) + 6 \neq 0$$

ج) نادرست، پیوستگی تابع در $x = a$ شرط لازم برای مشتق پذیری تابع در a است، اما شرط کافی نیست.د) درست، دوره تناوب y برابر 6 است. $T = \frac{y\pi}{\pi} = 6$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۸، ۲۹، ۳۵ و ۷۸)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۷۵ نمره)

تابع در بازه $(-\infty, 1]$ صعودی اکید است. (۵/۰ نمره)تابع در بازه $[1, +\infty)$ نزولی اکید است. (۵/۰ نمره)

(۷۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} \quad (۵/۰ نمره)$$

$$D_f = [2, +\infty)$$

$$D_g = (-\infty, 4] \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$x \in D_f \Rightarrow x \geq 2$$

$$f(x) \in D_g \Rightarrow \sqrt{x-2} \leq 4 \Rightarrow x-2 \leq 16 \Rightarrow x \leq 18 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$D_{g \circ f} = [2, +\infty) \cap (-\infty, 18] = [2, 18] \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$f \circ g = f(g(x)) = \sqrt{g(x)-2} = \sqrt{2+\sqrt{4-x}-2} = \sqrt{4-x} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

(۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = 2 - \frac{1}{f(x)} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x+1} \Rightarrow \frac{1}{f(x)} = 2 - \frac{1}{x+1} = \frac{2x+1}{x+1} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

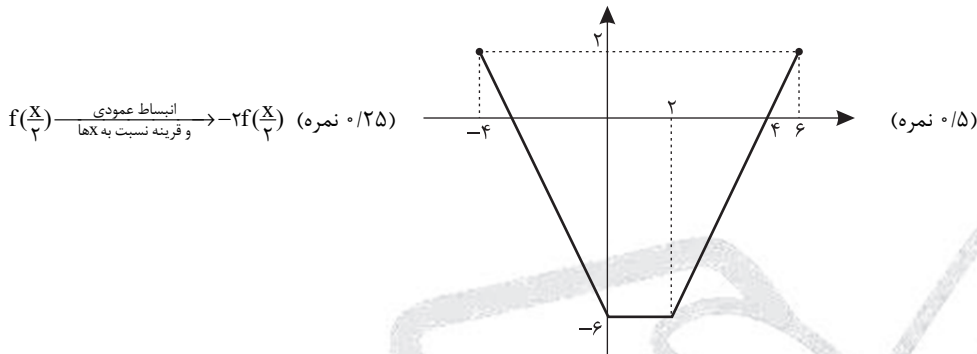
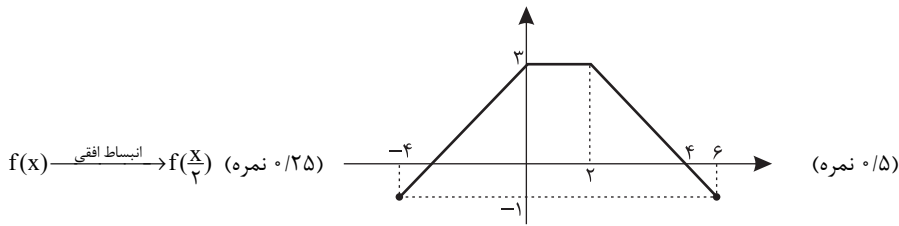
$$\frac{1}{f(x)} = \frac{2x+1}{x+1} \xrightarrow{f(x) \in D_g} f(x) = \frac{x+1}{2x+1} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x+1}{2x-1} \quad (۵/۰ نمره) \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{-\frac{2}{3}+1}{2 \times \frac{2}{3}-1} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}-1} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = -1 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۷)

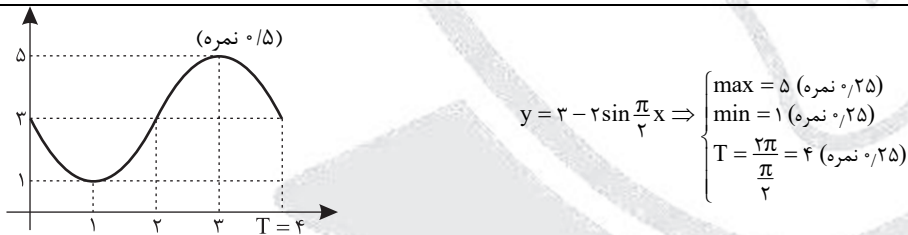


پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۹)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \frac{2}{3} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \times \frac{2}{3} = -\frac{4\sqrt{5}}{9} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

روش اول:

$$\sin x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

جواب کلی (نمره ۰/۲۵)

روش دوم:

$$\sin x + 1 - 2 \sin^2 x = 0 \Rightarrow 2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$



$$\begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (نمره } \circ/25) \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \text{ (نمره } \circ/25) \\ x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

پس جواب کلی به صورت $x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ است. $k \in \mathbb{Z}$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \text{ (نمره } \circ/25) \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \text{ (نمره } \circ/25) \end{cases}$$

$$\text{جمع جوابها} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{2} \text{ (نمره } \circ/5)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲/۵ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{\sqrt{2x-1} - 1} \times \frac{\sqrt{2x-1} + 1}{\sqrt{2x-1} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x-1} + 1)}{2(x-1)} = \frac{2 \times 3}{2} = 3 \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3(-1)^{[x]}}{x - 2} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 3}{x - 2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \text{ (نمره } \circ/25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 3}{x - 2} = \frac{5}{0^-} = -\infty \text{ (نمره } \circ/25) \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3(-1)^{[x]}}{x - 2} = -\infty \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 4x + 1 - 4x^2}{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 1}{3x - 2} = -\frac{4}{3} \text{ (نمره } \circ/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۷ و ۵۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵ نمره)

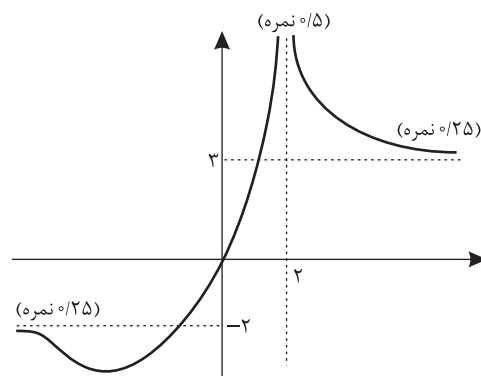
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{ax^2 + bx + 4} = -\infty \Rightarrow ax^2 + bx + 4 = a(x+2)^2 \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + 4 = ax^2 + 4ax + 4a \Rightarrow \begin{cases} 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \\ 4a = b \Rightarrow b = 4 \end{cases} \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty \text{ (نمره } \circ/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۷)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۷ و ۵۴)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$f'(r) = \lim_{x \rightarrow r} \frac{f(x) - f(r)}{x - r} = \lim_{x \rightarrow r} \frac{(x^r - r) - (r^r - r)}{x - r} = \lim_{x \rightarrow r} \frac{x^r - r^r}{x - r} = \lim_{x \rightarrow r} \frac{(x - r)(x^{r-1} + rx^{r-2} + \dots + r^{r-1})}{x - r} = r^{r-1}$$

$$x=2 \text{ در } f(x) \text{ بر معادله خط مماس بر } \begin{cases} f'(2)=12 \rightarrow m=12 \\ f(2)=6 \rightarrow A(2, 6) \end{cases} \text{ شیب خط مماس:}$$

$$\Rightarrow y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y = 12x - 18 \quad (5 \text{ نمره})$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۷۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره) $y - f(a) = f'(a)(x - a)$: خط مماس بر $f(x)$ در نقطه $x = a$

$$A \left| \begin{array}{l} a = \mathfrak{r} \\ f(a) = \gamma \end{array} \right. \quad m = f'(a) = \mathfrak{e}$$

(۲۵/۰) خط مماس بر $f(x)$ در نقطه $x=3$ $\Rightarrow y-7=6(x-3) \Rightarrow y=6x-11$

$$B(x_B, y_B) \Rightarrow x_B = 4 \Rightarrow y_B = 24 - 11 = 13 \quad (25/0 \text{ نمره})$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)

پاسخ سؤال ۱۵: (۵/۰ نمره)

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{1+h} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{h}}{h} = +\infty$$

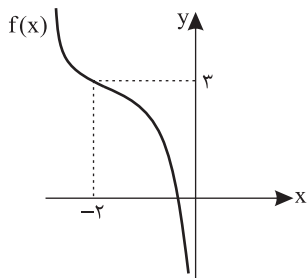
(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۱)



پاسخ سؤال ۱: (هرمورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) درست

(ب) نادرست، دوره تناوب این تابع $T = \frac{\pi}{4} = 4\pi$ است.

(ج) نادرست

$$f^{-1}(x) \in R_{f^{-1}} \text{ (همیشه برقرار است)}$$

$$\uparrow$$

$$D_{f \circ f^{-1}} : \{x \mid x \in D_{f^{-1}} \wedge f^{-1}(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ f^{-1}} = R_f$$

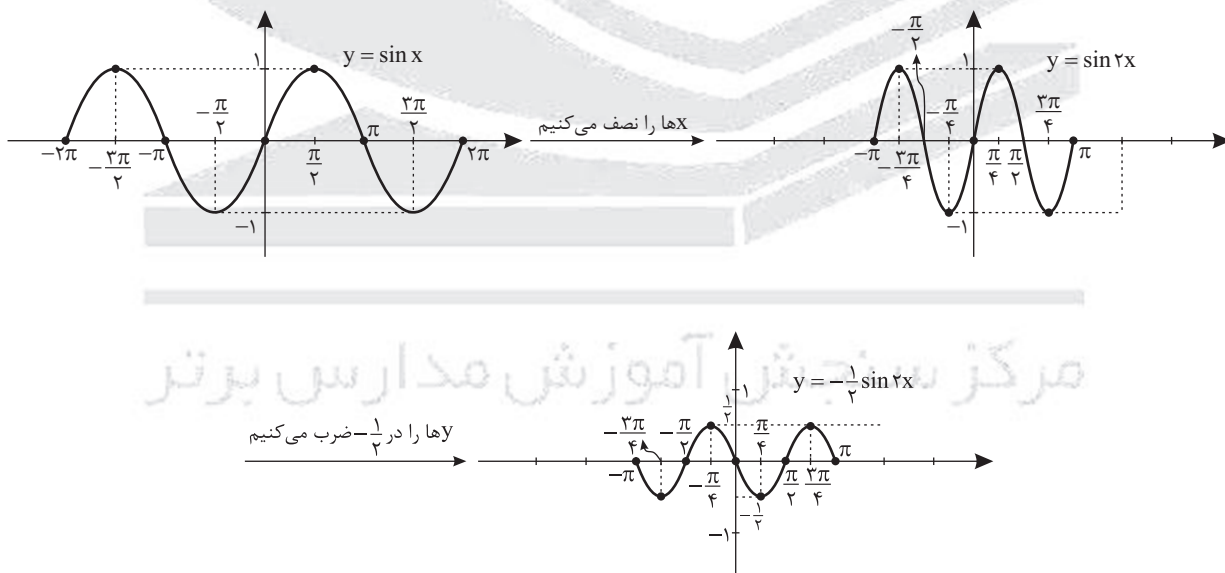
$$\downarrow$$

$$x \in R_f$$

(د) نادرست، تابع $f(x) = x$ همواره صعودی اکید است.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵، ۸، ۲۹ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۱۰، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۳: (۵/۱ نمره)

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 - 1 \Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 1$$

$$\xrightarrow[\text{محورهای مثبت}]{\text{واحد به طرف}} (x-2-1)^2 - 1 \xrightarrow[\text{محورهای منفی}]{\text{واحد به طرف}} (x-3)^2 - 4 \Rightarrow g(x) = (x-3)^2 - 4$$

در دو نقطه محور x ها را قطع می کند. $x_1 = 5$, $x_2 = 1$ $|x-3| = 2 \Rightarrow x-3 = \pm 2 \Rightarrow x = 5$ و $x = 1$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۹)



پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

$$\begin{cases} 3x - 4 \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\frac{4}{3}\} \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow D_g = (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \\ D_{fog} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} \\ = \{x \mid x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty), \sqrt{x^2 - 1} \in \mathbb{R} - \{\frac{4}{3}\}\} \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 - 1} \neq \frac{4}{3}$$

$$x^2 - 1 \neq \frac{16}{9}$$

$$x^2 \neq \frac{25}{9}$$

$$x \neq \pm \frac{5}{3}$$

$$D_{fog} = (x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)) \cap (x \neq \pm \frac{5}{3})$$

$$\Rightarrow D_{fog} = ((-\infty, -1] \cup [1, \infty)) - \{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\}$$

$$fog(x) = \frac{\frac{5}{3} - 2g(x)}{3g(x) - 4} = \frac{\frac{5}{3} - 2\sqrt{x^2 - 1}}{3\sqrt{x^2 - 1} - 4}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۲، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$\begin{aligned} f(x) = 5x - 4 \Rightarrow f(g(x)) &= 5g(x) - 4 \Rightarrow 5g(x) - 4 = 5x^2 - 10x + 6 \\ \Rightarrow 5g(x) = 5x^2 - 10x + 10 \Rightarrow g(x) &= \frac{5x^2 - 10x + 10}{5} \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 2 \end{aligned}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین های ۶ و ۷، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$(fog)^{-1}(\Delta) = a \Rightarrow (fog)(a) = \Delta \Rightarrow \frac{1}{\Delta}a^2 - 3 = \Delta \Rightarrow \frac{1}{\Delta}a^2 = \Delta + 3 \Rightarrow a = 4$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۷: (۵ نمره)

(الف)

$$T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = 4 \quad \max: |-\sqrt{3}| + 2 = 2 + \sqrt{3} \quad \min: -|-\sqrt{3}| + 2 = -\sqrt{3} + 2$$

(ب)

$$y = 1 + a \sin(b\pi x) \Rightarrow \min = -1 \Rightarrow -|a| + 1 = -1 \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{b > 0} \frac{2}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = 3$$

(ج)

$$\cos 2x - \sin x = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{b=a+c} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad \left\{ \begin{aligned} x &= 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x &= 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{جواب کلی: } x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

(د)

$$\cos x = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{رابطه اول}} \sin x = \frac{4}{5} \Rightarrow 2\cos 2x - \sin 2x = 2(\cos^2 x - \sin^2 x) - 2\sin x \cos x$$

$$\Rightarrow 2\cos 2x - \sin 2x = 2(\frac{9}{25} - \frac{16}{25}) - 2(\frac{4}{5})(\frac{3}{5}) = -\frac{38}{25}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۳۵، ۳۶، ۴۳ و ۴۸)



پاسخ سؤال ۸: (هر مورد ۷۵/۰ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+6)} = \frac{2 \times 12}{8} = 3$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{2x-1}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x-1}+1)}{2x-1-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x-1}+1)}{2(x-1)} = 3$

ج) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)}{(x^2-1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)} = \frac{1}{-2 \times 3} = -\frac{1}{6}$

د) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-2}{x-2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

ه) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-3}{(x+1)^2} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$

و) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3(3+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2})}{x^3(6-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2})} = \frac{3+0-0}{6-0+0} = \frac{1}{2}$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۳)

پاسخ سؤال ۹: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) $+\infty$ ب) $1+1=2$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

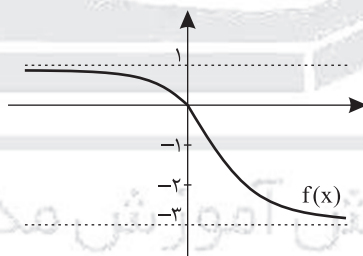
پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^{n-2}+x+2}{x^2+x^2-5} = 3 \Rightarrow n-2=3 \Rightarrow n=5, \quad \frac{a}{1} = 3 \Rightarrow a=3 \Rightarrow a+n=3+5=8$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۳)

پاسخ سؤال ۱۱: (۵/۰ نمره)

یک جواب می تواند به این صورت باشد.



(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۵، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x+2-4}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)} = -3$$

$$f(-1) = 1+1+2 = 4$$

$$-3 \text{ شیب} \quad A \text{ نقطه} = (-1, 4) \xrightarrow{\text{معادله خط}} y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 4 = -3(x + 1) \Rightarrow y = -3x + 1$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۵)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$$f^{-1} \circ f(x) = x \quad x \in D_f$$

الف) نادرست

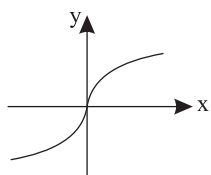
$$f \circ f^{-1}(x) = x \quad x \in D_{f^{-1}}$$

اگر $D_f \neq D_{f^{-1}}$ باشد، توابع با هم برابر نیستند.ب) نادرست، با توجه به دایره مثلثاتی، در ناحیه چهارم $\tan x < \sin x$ ج) نادرست، f در هیچ همسایگی چپ صفر تعریف نشده است.

د) نادرست

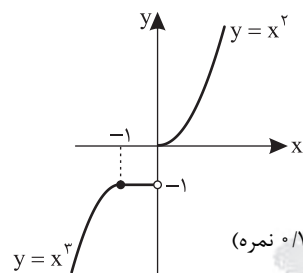
$$D_f = (0, +\infty)$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \quad x = 0$$

تن: $f'(0)$ خط $x = 0$ مماس بر منحنی

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۲۴ و ۵۵)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۷۵ نمره)

 $(-\infty, -1)$, $[0, +\infty)$ اکیدا صعودی (۵/۰ نمره) $[-1, 0]$ ثابت (هم صعودی و هم نزولی) (۲۵/۰ نمره)تابع روی \mathbb{R} صعودی (۲۵/۰ نمره)

(۷۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

$$D_f = \mathbb{R} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره}), D_g = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 - x^2 \geq 0\} \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \quad [-1, 1] \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

این نامسای به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ برقرار است. $f(x) \in D_g \Rightarrow \sin x \in [-1, 1] \Rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1$ (۲۵/۰ نمره)

$$D_{g \circ f} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$$

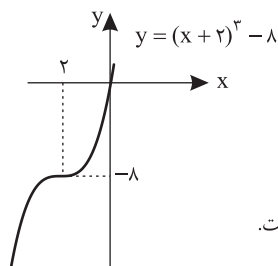
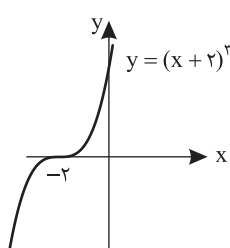
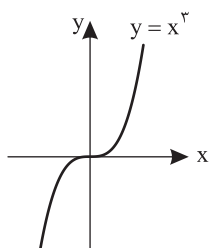
$$\text{ب) } g \circ f(x) = g(f(x)) = g(\sin x) \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$= \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{\cos^2 x} = |\cos x| \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$y = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - 8 \Rightarrow y = (x+2)^3 - 8$$



(۲۵/۰ نمره) صعودی اکید است.

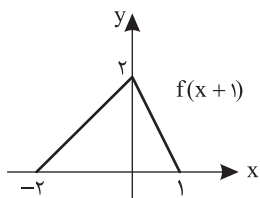
(رسم نمودار ۷۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

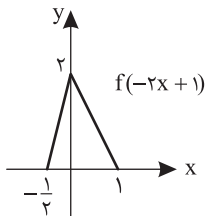


پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

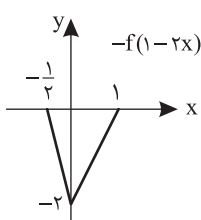
(۲۵/۰ نمره)



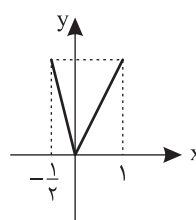
(۲۵/۰ نمره)



(۲۵/۰ نمره)



(۲۵/۰ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{24}{25} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - 2 \times \frac{16}{25} = 1 - \frac{32}{25} = \frac{-7}{25} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۷: (۲/۵ نمره)

$$\text{الف) } 2(1 - \cos^2 x) + 5 \cos x - 5 = 0$$

$$+ 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 3 = 0 \Rightarrow (\cos x - 1)(2 \cos x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \\ \cos x = \frac{3}{2} \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \cos^2 x + 1 - \sin^2 x = 0$$

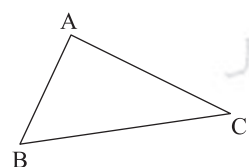
$$2 \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow 2 \cos x (\cos x - \sin x) = 0$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \sin x \Rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \text{ غلطی} \end{cases}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)



$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$AB = 2, AC = 4$$

$$S = 2\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

اندازه زاویه A کمتر از 180° و بیشتر از 0° است، پس اندازه زاویه A می تواند $\frac{\pi}{4}$ یا $\frac{3\pi - \pi}{4} = \frac{2\pi}{4}$ باشد و در نتیجه دو مثلث (۵/۰ نمره) با شرایط داده شده می تواند وجود داشته باشد.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

چون نمودار از ماکزیمم شروع می شود، ضابطه آن به صورت $y = a \cos bx + c$ است.

$$\begin{cases} \max = 3 \Rightarrow |a| + c = 3 \\ \min = -1 \Rightarrow -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta \pi}{\pi} \Rightarrow T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$y = 2 \cos \frac{x}{2} + 1$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۰)



پاسخ سؤال ۱۰: (۷۵/۰ نمره)

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a - 2 + 4 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \Rightarrow f(-2) = -8 - 12 + 4 + 4 = -12$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۲)

پاسخ سؤال ۱۱: (۲/۵ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x+1}+1}{(x+2)(x+3)} \times \frac{(\sqrt[3]{x+1})^2 - \sqrt[3]{x+1}+1}{(\sqrt[3]{x+1})^2 - \sqrt[3]{x+1}+1} \quad (\text{الف } ۵/۰ \text{ نمره})$$

حاصل = ۳ (نمره ۲/۵)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+1)+1}{(x+2)(x+3) \times 3} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)}{(x+2)(x+3) \times 3} = \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{3} \quad (\text{نمره } ۲/۵)$$

$$\text{ب) } 1 + \cos x \geq 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2}{1 + \cos x} = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (\text{نمره } ۲/۵)$$

(نمره ۲/۵)

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{6x+2}}{4x^2 + 5x} \quad \text{پرتوان} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{4x^2} = \frac{3}{4} \quad (\text{نمره } ۲/۵)$$

(نمره ۲/۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۷ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۵/۰ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۵)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$f'(5) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x - 5} \times \frac{\sqrt{x-1} + 2}{\sqrt{x-1} + 2} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-1) - 4}{(x-5)(\sqrt{x-1} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{4(x-5)(\sqrt{x-1} + 2)} = \frac{1}{4} \quad (\text{نمره } ۲/۵)$$

$$x = 5 \text{ در } f(x) \text{ مماس خط مماس } f'(5) = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{1}{4} \quad (\text{نمره } ۲/۵)$$

معادله خط مماس: $f(5) = 2 \Rightarrow A(5, 2)$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{4}(x - 5) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \quad (\text{نمره } ۲/۵)$$

(نمره ۲/۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

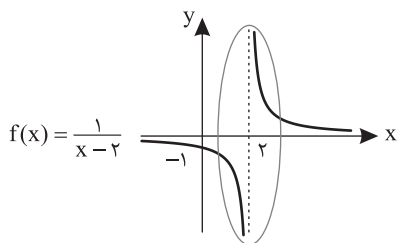
شیب	نقاط
صفر	c
-۳	a
-۱	d
۲	e
$\frac{1}{2}$	b

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) نادرست



(ب) درست

(ج) نادرست، تابع ثابت هم صعودی است و هم نزولی.

(د) نادرست، ابتدا $\frac{1}{x}$ برابر در راستای افقی منقبض می کنیم و سپس $\frac{1}{x}$ واحد به چپ انتقال می دهیم.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۷ و ۸)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

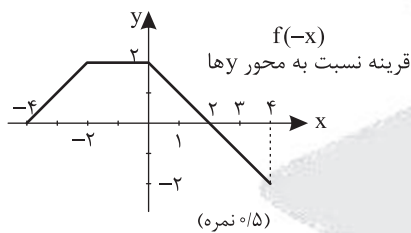
الف) نزولی

(ب) ۳

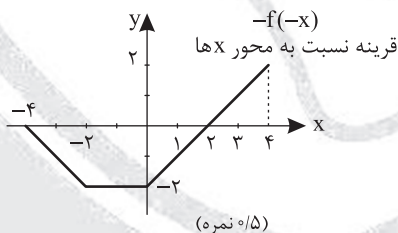
(ج) $f(a)$

(د) قرینه

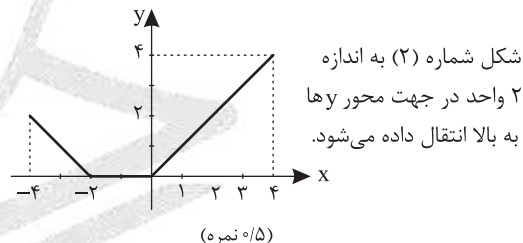
پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)



(۱)



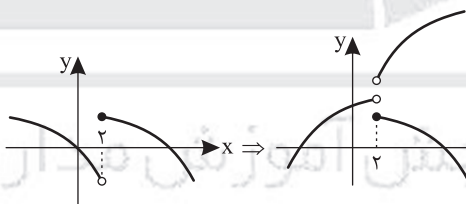
(۲)



(۳)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۹)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

در \mathbb{R} غیر یکنوا است.

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$g(-2) = \alpha \Rightarrow g^{-1}(\alpha) = -2 \Rightarrow 4 - 2\alpha = -2$$

$$2\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = 3 \Rightarrow g(-2) = 3$$

$$\Rightarrow f^{-1} \circ g(-2) = f^{-1}(g(-2)) = f^{-1}(3)$$

$$f^{-1}(3) = \beta \Rightarrow f(\beta) = 3$$

$$\Rightarrow \frac{4\beta - 1}{\beta - 2} = 3 \Rightarrow 4\beta - 1 = 3\beta - 6 \Rightarrow \beta = -5 \Rightarrow f^{-1} \circ g(-2) = -5$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۲۴ و ۲۹)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

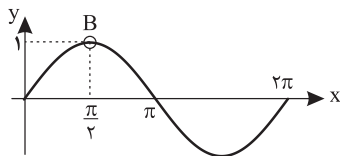
$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{\cos^2 x} = |\cos x|$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \sin x \in [-1, 1]\} = \mathbb{R}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۱ و ۱۴)



پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)



با توجه به شکل نقطه A اولین ماکزیمم مثبت تابع است. با توجه به نمودار تابع $y = \sin x$ ، نقطه B متناظر به نقطه A در نمودار تابع $f(x) = 2 \sin 3x - 1$ است. دوره تناوب تابع f $\frac{1}{3}$ دوره تناوب تابع g است.

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{3}x_B = \frac{1}{3} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} \\ y_A = 2y_B - 1 = 2(1) - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{\pi}{6}, 1\right)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\cos^2 x + 5 \sin x - 5 = 0$$

$$(1 - \sin^2 x) + 5 \sin x - 5 = 0 \Rightarrow -\sin^2 x + 5 \sin x - 4 = 0 \xrightarrow{\times (-1)} \sin^2 x - 5 \sin x + 4 = 0 \quad (25 \text{ نمره})$$

$$A = \sin x \quad A^2 - 5A + 4 = 0 \Rightarrow (A - 1)(A - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ A = 4 \end{cases} \quad (25 \text{ نمره})$$

$$\sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z} \quad (25 \text{ نمره})$$

$$\sin x = 4 \rightarrow \text{جواب ندارد}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$f(x) = \tan x - \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{-\cos 2x}{\frac{1}{2} \sin 2x} = -2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = -2 \cot 2x = -2 \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$T = \frac{\pi}{|-2|} = \frac{\pi}{2}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۳۲)

پاسخ سؤال ۱۰: (۳ نمره)

$$\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - x}{x^2 - 4} &= \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt[3]{3x+2} - x)(\sqrt[3]{(3x+2)^2} + x^2 + x\sqrt[3]{3x+2})}{(x^2 - 4)(\sqrt[3]{(3x+2)^2} + x^2 + x\sqrt[3]{3x+2})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x+2-x^3)}{(x^2-4)(\sqrt[3]{(3x+2)^2} + x^2 + x\sqrt[3]{3x+2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(-x^2-2x-1)}{(x-2)(x+2)(\sqrt[3]{(3x+2)^2} + x^2 + x\sqrt[3]{3x+2})} = \frac{-4-4-1}{(4)(12)} = -\frac{9}{48} \end{aligned}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - [x]}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x^2 - 2x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{(1 - \sin^2 x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{\cos^2 x} = \frac{2}{0} = -\infty$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{x^2-4}}{3x^2+x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x|x|}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{3x^2} = -\frac{1}{3}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۰ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

اولاً باید $x = \frac{\pi}{3}$ ریشه مخرج باشد.

$$a(\sqrt{3})^2 + 6 = 0 \Rightarrow 3a + 6 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^-} \frac{-2x + b}{-2 \tan^2 x + 6} = -\infty$$

$$x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \tan^2 x < 3 \Rightarrow -2 \tan^2 x + 6 > 0$$

یعنی مخرج صفر مثبت است و حد نامتناهی $-\infty$ است، پس:

$$-2 \frac{\pi}{3} + b < 0 \Rightarrow b < \frac{2\pi}{3}$$

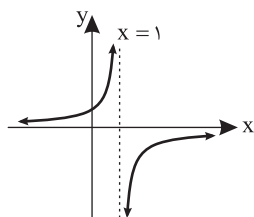
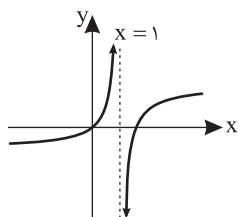
(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۰ و ۵۷)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

یعنی اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ با مقادیر بزرگتر از ۱ به عدد ۱ نزدیک شود، حاصل حد برابر $-\infty$ می‌باشد. به معنای آن است که مقادیر تابع از هر عدد منفی دلخواهی کمتر است بنابراین یعنی وقتی x با مقادیر بزرگتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، مقادیر تابع از هر عدد منفی دلخواهی کمتر است. (نمره ۰/۲۵)

یعنی وقتی $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، مقادیر تابع از هر عدد مثبتی بزرگتر می‌شود. (نمره ۰/۲۵)



رسم دو شکل با هم (نمره ۰/۲۵)

مسئله بی‌شمار جواب دارد.

(نمره ۰/۲۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵۷ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (هر مورد ۰/۵ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

د) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} = +\infty$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + \frac{1}{x} - 3}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x - 2)}{x(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x} = 0 \Rightarrow f'(1) = 0$$

برای نوشتن خط مماس با توجه به آنکه $f'(1) = 0$ و $A(1, 3)$ نقطه مماس است، پس $y = 3$ خط مماس است.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۷۶)

پاسخ سؤال ۱۵: (۲ نمره)

معادله خط مماس $y = 2x - 1$ است. پس $f(1) = 1$ و $f'(1) = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f''(x) - f''(1)}{(x-1)(x^2 + x + 1)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \cdot \frac{f(x) + f(1)}{x^2 + x + 1}$$

$$= f'(1) \times \frac{2f(1)}{3} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۷۶)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) درست، زیرا در تابع یک به یک f هم مؤلفه‌های اول دو به دو متمایزند (f تابع است) و هم مؤلفه‌های دوم دو به دو متمایزند (f یک به یک است) پس اگر f^{-1} را به دست آوریم آنگاه هم مؤلفه‌های اول و هم مؤلفه‌های دوم دو به دو متمایز خواهند شد در نتیجه f^{-1} تابعی یک به یک است.

$$\min = c - |a| \xrightarrow{c=1, a=-4} 1 - 4 = -3$$

(ب) نادرست

(ج) درست

$$f(1) = 0$$

$$f(1) = 1^3 + a(1)^2 + 4(1) - 1 = a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$

(د) نادرست

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۸، ۲۹ و ۳۵)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) $A(-1, -1)$ (ب) $[-4, 12]$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۲۱)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$D_g: [-1, 3], D_f: \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$D_{\text{gof}} = \{x \in \mathbb{R} - \{-2\} \mid \frac{3}{x+2} \in [-1, 3]\} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$-1 \leq \frac{3}{x+2} \leq 3 \xrightarrow{\text{طرفین را منهای یک می‌کنیم}} -2 \leq \frac{3}{x+2} - 1 \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{3-x-2}{x+2} \leq 2$$

$$-2 \leq \frac{1-x}{x+2} \leq 2 \Rightarrow \left| \frac{1-x}{x+2} \right| \leq 2 \Rightarrow |x-1| \leq |2x+4| \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \leq 4x^2 + 16 + 16x \Rightarrow 3x^2 + 18x + 15 \geq 0$$

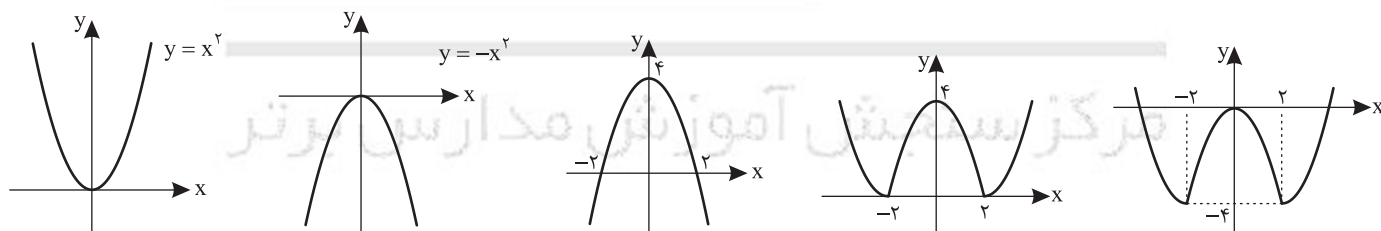
$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & -1 & -5 & -1 & 3 & 5 \\ \hline x & -1 & -5 & -1 & 3 & 5 \end{array} \quad (\text{نمره } 5/0)$$

$$(II) (-\infty, -5] \cup [-1, +\infty)$$

$$D_{\text{gof}}: (I) \cap (II) \Rightarrow D_{\text{gof}}: (-\infty, -5] \cup [-1, +\infty) \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۴: (۵/۱ نمره)



(نمره ۲۵/۰)

(نمره ۲۵/۰)

f در بازه‌های $[-2, 0]$ و $[0, 2]$ نزولی اکید است. (نمره ۵/۰)در بازه‌های $[0, -2]$ و $[2, +\infty)$ صعودی اکید است. (نمره ۵/۰)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۷ و ۱۷)

پاسخ سؤال ۵: (۵/۱ نمره)

$$y = \frac{1}{\lambda}x - 3 \Rightarrow \lambda y = x - 24 \Rightarrow x = \lambda y + 24$$

$$f^{-1}(x) = \lambda x + 24 \Rightarrow f^{-1}(5) = 64 \quad (\text{نمره } 5/0)$$

$$y = x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y} \Rightarrow g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} \quad (\text{نمره } 5/0)$$

$$g^{-1} \circ f^{-1}(5) = g^{-1}(64) = \sqrt[3]{64} = 4 \quad (\text{نمره } 5/0)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۷)



پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

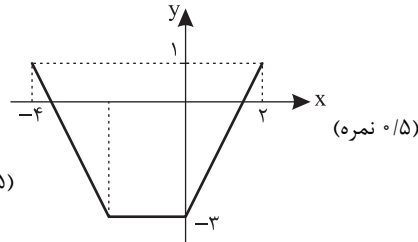
$$y = f(x-1), g(x) = 2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$$

$$1) x \rightarrow x+1 \text{ یک واحد چپ } y = f(x) \text{ (نمره } 0/25)$$

$$2) x \rightarrow \frac{x}{2} \text{ انبساط افقی با ضریب } 2 \text{ (نمره } 0/25)$$

$$3) f(x) \rightarrow 2f(x) \text{ انبساط عمودی با ضریب } 2 \text{ (نمره } 0/25)$$

$$4) f(x) \rightarrow f(x)+1 \text{ یک واحد بالا } y = 2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1 \text{ (نمره } 0/25)$$



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{4}$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 8 \Rightarrow b = \pm 8 \text{ (نمره } 0/25)$$

$$\begin{cases} \max = c + |a| = \frac{1}{3} \\ \min = c - |a| = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow 2c = 0 \Rightarrow c = 0 \text{ (نمره } 0/25)$$

$$c + |a| = \frac{1}{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{3} \text{ (نمره } 0/25)$$

اگر $ab > 0$ آنگاه نمودار $y = a \sin(bx) + c$ در بازه $[0, T]$ به صورت و در غیر این صورت به صورت است. با توجه به نمودار ab باید عددی منفی باشد و در نتیجه مقادیر a و b به فرم زیر است.

$$b = 8, a = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \sin 8x \text{ (نمره } 0/25) \text{ یا } b = -8, a = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \sin(-8x)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\max = 3 \min \text{ (نمره } 0/25)$$

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{4}{3} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$\max = a + b = a + \frac{4}{3} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$\min = a - b = a - \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow a + \frac{4}{3} = 3(a - \frac{4}{3}) \Rightarrow a = \frac{4}{3} \text{ (نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + 2^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) = \frac{4}{5} \checkmark \text{ (نمره } 0/5)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

$$\begin{aligned} \text{الف) } \sin 3x = \sin 5x &\Rightarrow \sin 5x = \sin 3x \Rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi + 3x \Rightarrow 2x = 2k\pi \Rightarrow x = k\pi \\ 5x = 2k\pi + \pi - 3x \Rightarrow 8x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{ب) } \cos 2x + \cos x - 2 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + \cos x - 2 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \\ \cos x = -\frac{3}{2} \text{ غلط} \end{cases}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)



پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

$$f(1) = 2 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$f(-1) = 5 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$3f(2x-1) + f(2x+1) = xQ(x) + r \xrightarrow{x=0} 3f(-1) + f(1) = 0 + r \Rightarrow r = 15 + 2 = 17 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲/۵ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x^2-3x+4)}{(\sqrt{x}-1)} \times \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(2)}{(x-1)} = 9 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(3 + \frac{4\sqrt{x}}{x^2})}{-x^2(1 - \frac{1}{x})} = \frac{3x^2}{-x^2} = -3 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[\sin x] - 2}{2x - \pi} = \frac{[\sin(\frac{\pi}{2})^+] - 2}{2(\frac{\pi}{2})^+ - \pi} = \frac{[1^-] - 2}{\pi^+ - \pi} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ و حاصل حد برابر عددی غیر صفر می شود، باید درجه صورت و مخرج کسر با هم برابر باشند.

$$3 = \text{درجه مخرج کسر}, 3 = \text{درجه صورت کسر} \Rightarrow b = 3 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(نمره ۰/۲۵)

همچنین حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{6x^b - 1} \stackrel{b=3}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3}{6x^3} = \frac{a}{6} = \frac{-2}{3} \Rightarrow 3a = -12 \Rightarrow a = -4 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(نمره ۰/۲۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۷)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۷۵ نمره)

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 3)}{x - 1} \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$f'(1) = 5 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\begin{cases} f(1) = 3 \\ y = mx + h \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5x + h \\ A(1, 3) \end{cases} \quad (\text{نمره } 0.25) \Rightarrow 3 = 5 + h \Rightarrow h = -2 \Rightarrow y = 5x - 2 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۵)

پاسخ سؤال ۱۵: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) نادرست، در نقطه‌ای مانند C خط مماس زاویه‌ای منفرجه با محور xها ساخته است و در نتیجه شیب خط مماس در این نقطه منفی است.

$$90^\circ > \hat{A} > \hat{B} > 0^\circ \Rightarrow \tan A > \tan B \Rightarrow m_A > m_B \quad (\text{ب) نادرست، زیرا})$$

$$m_A > m_B > m_E \Rightarrow 90^\circ > \hat{A} > \hat{B} > \hat{E} \quad (\text{ج) درست، زیرا})$$

د) درست، زیرا خط مماس در این نقاط شیب منفی دارند.

$$m_D > m_C \Rightarrow \tan D > \tan C \Rightarrow \hat{D} > \hat{C} \quad (\text{ه) نادرست، زیرا})$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)



پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

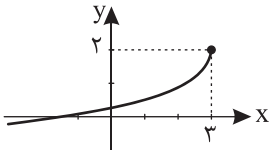
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: ریاضی (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست، با رسم نمودار تابع داریم:



و می دانیم:

$$D_{(g \circ g^{-1})(x)} = D_{g^{-1}} = R_g = (-\infty, 2]$$

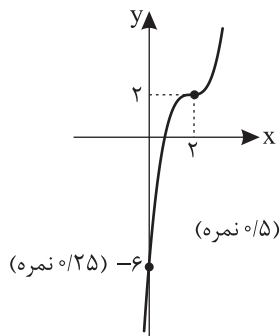
ب) نادرست، زیرا: $2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ ج) درست، $R = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 3 = -2$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۲۸، ۳۹ و ۵۱)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۲۵ نمره)

ابتدا به کمک اتحاد مکعب دو جمله ای $(x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 8 - 6 \Rightarrow f(x) = (x-2)^3 + 2 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

نمودار $y = x^3$ را ۲ واحد به راست و ۲ واحد به بالا انتقال می دهیم.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

ابتدا باید دامنه تابع $f(x)$ و $g(x)$ را به دست آوریم:

$$-1 \leq x \leq 2 \xrightarrow{\times(-1)} -2 \leq -x \leq 1 \xrightarrow{+1} -1 \leq 1-x \leq 2$$

$$D_f: [-1, 2] \quad (\text{نمره } ۰/۲۵), \quad g(x) = \sqrt{x-2}, \quad D_g = [2, +\infty) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$D_{f \circ g} : \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [2, +\infty) \mid \sqrt{x-2} \in [-1, 2]\} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$-1 \leq \sqrt{x-2} \leq 2 \Rightarrow \sqrt{x-2} \leq 2 \Rightarrow x-2 \leq 4 \Rightarrow x \leq 6 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$D_{f \circ g}(x) = [2, 6] \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۳)

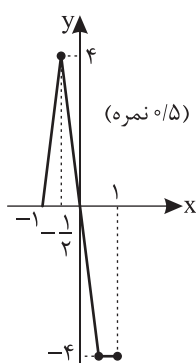
پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

الف)

$$۱) \quad x \rightarrow 2x; \quad y_1 = f\left(\frac{2x}{2}\right) - 1 = f(x) - 1 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$۲) \quad x \rightarrow (-x); \quad y_2 = f(-x) - 1 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$۳) \quad y_3 = 2y_2; \quad y = -2f(-x) + 2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$



$$(-2, 2) \rightarrow (1, -4)$$

$$(-1, 2) \rightarrow (\frac{1}{2}, -4)$$

$$(0, 0) \rightarrow (0, 0)$$

$$(1, -2) \rightarrow (-\frac{1}{2}, 4)$$

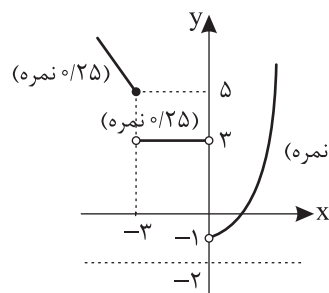
$$(2, 0) \rightarrow (-1, 0)$$

$$(g \circ f)(0) = g(f(0)) = g(1) = -4 \quad (۲۵/۵) \text{ (نمره)}$$

(رسم درست نمودار با روش تبدیل یا نقطه‌یابی بارم تعلق گیرد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)



$$(-\infty, -3] \text{ نزولی اکید (نمره ۲۵/۵)}$$

$$(-3, 0) \text{ ثابت (نمره ۲۵/۵)}$$

$$[0, +\infty) \text{ صعودی اکید (نمره ۲۵/۵)}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۶: (هر مورد ۵/۵ نمره)

$$\text{الف) } (g \circ f)^{-1}(0) = (f^{-1} \circ g^{-1})(0) = f^{-1}(-2) = -1$$

$$g^{-1}(0) = A \Rightarrow g(A) = 0 \Rightarrow 2A + 4 = 0 \Rightarrow A = -2$$

$$f^{-1}(-2) = B \Rightarrow f(B) = B^3 - 1 = -2 \Rightarrow B^3 = -1 \Rightarrow B = -1$$

$$\text{ب) } f(g^{-1}(4)) = f(0) = -1$$

$$g^{-1}(4) = C \Rightarrow g(C) = 2C + 4 = 4 \Rightarrow C = 0$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

با توجه به جواب‌های کلی داریم:

$$x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow a \cos^2 \frac{\pi}{3} + b \cos \frac{\pi}{3} + 3 = 0$$

$$x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow a \cos^2 \frac{2\pi}{3} + b \cos \frac{2\pi}{3} + 3 = 0$$

$$\begin{cases} \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + 3 = 0 \quad (۵/۵) \text{ (نمره)} \\ \frac{a}{4} - \frac{b}{2} + 3 = 0 \quad (۵/۵) \text{ (نمره)} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} + 6 = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = -6 \Rightarrow \underbrace{a = -12, b = 0}_{(۵/۵) \text{ (نمره)}}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۶)



پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: ریاضی (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} + \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 3 \Rightarrow \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = 3$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} \sin \alpha} = 3 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(نمره ۰/۲۵)

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\cos 4\alpha = 2\cos^2 2\alpha - 1 = 2\left(\frac{1}{9}\right)^2 - 1 = \frac{2}{81} - 1 = \frac{-79}{81} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

با توجه به شکل فاصله هر دو قله متوالی یک دوره تناوب است:

$$2T = \frac{9}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \Rightarrow 2T = 6 \Rightarrow T = 3 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ |a| = 2 \end{cases} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

با توجه به اینکه شکل شبیه $-\cos x$ است بنابراین $a < 0$ (نمره ۰/۲۵) است و علامت b نیز مهم نیست.

$$y = -2\cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right) - 1 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(اگر ضابطه تابع به صورت‌های دیگر هم به صورت درست نوشته شده بارم به تناسب تقسیم گردد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۴۱)

پاسخ سؤال ۱۰: (هر مورد ۱ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{(x+1)(3x^2 - 8x + 4)}{\sqrt[3]{x+9} + 2x} \times \frac{\sqrt[3]{(x+9)^2} - 2x\sqrt[3]{(x+9)} + 4x^2}{\sqrt[3]{(x+9)^2} - 2x\sqrt[3]{(x+9)} + 4x^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{12(x+1)(3x^2 - 8x + 4)}{8x^2 + x + 9} = \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{12(x+1)(3x^2 - 8x + 4)}{(x+1)(8x^2 - 8x + 9)} = \frac{36}{5} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3} + 5x}{\sqrt[3]{4x^3} - 3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x}{2x - 3x} = \frac{6x}{-x} = \frac{-6}{1} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[-x] + 1}{\sin^2 x} = \frac{[0^-] + 1}{(0^+)^2} = \frac{-1 + 1}{0^+} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[-x] + 1}{\sin^2 x} = \frac{[0^+] + 1}{0^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[-x] + 1}{\sin^2 x} \text{ وجود ندارد} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

باید $2a + \cos x = \pi$ به ازای x برابر صفر باشد:

$$2a + \overbrace{\cos \pi}^{-1} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{2}x^3 + 2x + 1}{2x^3 - 6x^2 + 1} = \frac{\frac{1}{2}x^3}{2x^3} = \frac{1}{4} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۷)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = [2^-] = 1$ (۵/۵ نمره)

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ (۵/۵ نمره)

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = [2^+] = 2$ (۵/۵ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x} - 0}{x - 1} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x - 1)(2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{2(x - 1)} = \frac{1}{2} \text{ (۵/۵ نمره)}$$

$$f(1) = 0, f'(1) = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \text{ (۵/۵ نمره)}$$

(اگر برای محاسبه مشتق از تعریف دیگر هم استفاده شده بارم به تناسب تقسیم شود.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۵)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)

معادله خط را با معلوم بودن شیب و یک نقطه به دست می آوریم:

$$\begin{cases} m = -2 \\ f(-1) = 3 \end{cases} \Rightarrow y = -2x + h \xrightarrow{(-1, 3)} 3 = 2 + h \Rightarrow h = 1 \text{ (۵/۵ نمره)}$$

$$y = -2x + 1 \begin{cases} \xrightarrow{A} x = -3; y_A = 6 + 1 = 7 \Rightarrow A(-3, 7) \text{ (۵/۵ نمره)} \\ \xrightarrow{B} x = \frac{1}{4}; y_B = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow B(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}) \text{ (۵/۵ نمره)} \end{cases}$$

(برای راه حل های دیگر بارم به تناسب تقسیم گردد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
مصطفی دیداری	ایمان رحیمی - طیبه ملائی	علیرضا فاطمی - ابوالفضل فروغی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهره احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان



باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

پاسخنامه درس: ریاضی

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست (در دامنه اش غیریکنوا است).

ب) درست

ج) نادرست (تابع در همسایگی راست ۲ تعریف نشده است چون مخرج صفر مطلق می شود).

د) نادرست (شیب L_1 منفی تر و از L_2 کمتر است).

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۸، ۳۹، ۵۴ و ۶۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

ج) ۶، $(2(-1)^3 - 3(-1) + 5 = 6)$ د) $+\infty$

ب) $a - 2$

الف) $\frac{1}{k}$

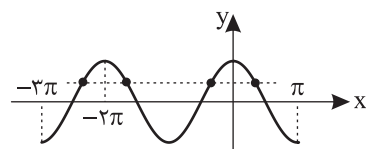
(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۹، ۳۵، ۵۰ و ۵۶)

پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۵/۰ نمره) (فقط به گزینه درست بارم کامل اختصاص داده شود)

الف) گزینه ۲ $(D_f^{-1} = R_f = (-\infty, 3])$

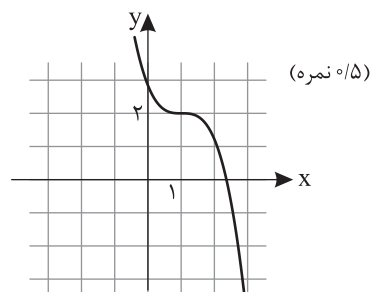
ب) گزینه ۴

ج) گزینه ۳



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۲۷، ۴۶ و ۵۳)

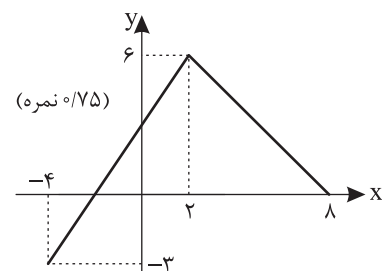
پاسخ سؤال ۴: (۵/۰ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$R = [-3, 6]$ (۲۵/۰ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۰)

$$\begin{array}{l} A \left| \begin{array}{l} -4 \xrightarrow{\times(-2)} 8 \\ 0 \xrightarrow{\times 3} 0 \end{array} \right. \Rightarrow A' \left| \begin{array}{l} 8 \\ 0 \end{array} \right. \\ B \left| \begin{array}{l} -1 \longrightarrow 2 \\ 2 \longrightarrow 6 \end{array} \right. \Rightarrow B' \left| \begin{array}{l} 2 \\ 6 \end{array} \right. \\ C \left| \begin{array}{l} 2 \longrightarrow -4 \\ -1 \longrightarrow -3 \end{array} \right. \Rightarrow C' \left| \begin{array}{l} -4 \\ -3 \end{array} \right. \end{array}$$

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$D_f : x \geq 0, D_g : x \neq \pm 1 \Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ (۲۵/۰ نمره)

$$\Rightarrow \{x \geq 0 \mid \sqrt{3-x} \neq \pm 1\} = [0, +\infty) - \{4, 16\}$$

(۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۳)



پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

پاسخنامه درس: ریاضی

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$(fog)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(-1)) = g^{-1}(-8) = -\frac{17}{8} \quad (\text{نمره } \circ/25)$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + 1 = -1 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = -2 \Rightarrow x = -8 \Rightarrow f^{-1}(-1) = -8 & (\text{نمره } \circ/25) \\ \frac{1}{x+2} = -8 \Rightarrow -8x - 16 = 1 \Rightarrow -8x = 17 \Rightarrow x = -\frac{17}{8} & (\text{نمره } \circ/25) \end{cases}$$

(برای راه حل های دیگر هم بارم به تناسب تقسیم گردد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} y &= 4x - x^2 - 4 + 4 = -(x-2)^2 + 4 \Rightarrow (x-2)^2 = 4 - y \Rightarrow |x-2| = \sqrt{4-y} \\ \frac{x \geq 2}{x \geq 2} \Rightarrow x-2 &= \sqrt{4-y} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{4-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{4-x} \quad (\text{نمره } \circ/25) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} D_f = R_{f^{-1}} = [2, +\infty) & (\text{نمره } \circ/25) \\ R_f = D_{f^{-1}} = (-\infty, 4] & (\text{نمره } \circ/25) \end{cases}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

(الف)

$$fog = \{(7, 8), (-2, 3), (3, 5)\} \quad (\text{نمره } \circ/75)$$

(ب) اکیداً صعودی (چون $-2 < 3 < 7 \Rightarrow 3 < 5 < 8$) (نمره $\circ/25$)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۶ و ۱۴)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

$$\begin{cases} |a| + c = 2 & (\text{نمره } \circ/25) \\ -|a| + c = -4 & (\text{نمره } \circ/25) \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 3 \xrightarrow{a < 0} a = -3 \quad (\text{نمره } \circ/25)$$

$$2T = 6\pi \Rightarrow T = 3\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = \frac{2}{3}$$

علامت b مهم نیست پس b می تواند $\pm \frac{2}{3}$ باشد. (نمره $\circ/25$)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۳۵)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

$$(\alpha = 22,5^\circ)$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} \quad (\text{نمره } \circ/25)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad (\text{نمره } \circ/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos x \quad (\text{نمره } \circ/25)$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi & (\text{نمره } \circ/25) \\ x = \frac{2k\pi}{3} & (\text{نمره } \circ/25) \end{cases}$$

$$\text{ب) } \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x + 3\sin x = 0 \quad (\text{نمره } \circ/25)$$

$$\Rightarrow \sin x(-2\sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi & (\text{نمره } \circ/25) \text{ یا } (x = 2k\pi, x = 2k\pi + \pi) \\ \sin x = \frac{3}{2} & (\text{نمره } \circ/25) \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۳ صفحه ۴۸)



پاسخ سؤال ۱۳: (۳ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{|4-x|} \times \frac{3 + \sqrt{2x+1}}{3 + \sqrt{2x+1}} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{8-2x}{(x-4)(3 + \sqrt{2x+1})} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{-2(x-4)}{(x-4)(3 + \sqrt{2x+1})} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x[x]-1}{-x^2+9} = \frac{(-3)(-3)-1}{0^-} = \frac{2}{0^-} = -\infty \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{yx^2 - 4x + 1}{(2x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{yx^2}{4x^2} = \frac{y}{4} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} - 3}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{0-3}{2-0} = -\frac{3}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۳، ۵۶، ۵۷، ۶۳ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۴: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

۰-∞ (د)

∞+ (ج)

۱ (ب)

∞+ (الف)

۱ (ه)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱ نمره)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(3+h) - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(f(3+h) - f(3))}{h} = 2f'(3) = 1 \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{شیب خط } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad y - 2 = \frac{1}{2}(x - 3) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۱)

پاسخ سؤال ۱۶: (۲۵/۱ نمره)

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - x^3 - (3)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x^3 + 1)}{x + 1} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)(x^2 - x + 1)}{x + 1} = -3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(اگر از تعریف دیگر مشتق استفاده شده بارم به تناسب تقسیم گردد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
مصطفی دیداری	مصطفی دیداری - ایمان رحیمی - طیبه ملائی	علیرضا فاطمی - ابوالفضل فروغی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان